

# Metódy voľnej optimalizácie: Domáca úloha 1

Dátum odovzdania: 13.3.2020

Daná je úloha

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in \mathcal{D} \end{aligned} \tag{1}$$

s účelovou funkciou

$$f(x) = - \sum_{i=1}^n \ln(1 - x_i^2) - \sum_{i=1}^m \ln(b_i - a_i^T x)$$

s premennou  $x \in \mathbb{R}^n$  a definičným oborom

$$\mathcal{D} = \{x \mid -1 < x < 1, Ax < b\},$$

pričom  $a_i^T$  je  $i$ -ty riadok matice  $A$ , kde  $i = 1, \dots, m$ .

- 1.1** (1 bod) Určte gradient  $g(x) = \nabla f(x)$  účelovej funkcie  $f(x)$ .
- 1.2** (2 body) Určte Hessovu maticu  $H(x) = \nabla^2 f(x)$  účelovej funkcie  $f(x)$ .
- 1.3** (1 bod) Ukážte, že Hessova matica má štruktúru  $H = D + A^T \hat{D} A$ , kde  $D$  a  $\hat{D}$  sú diagonálne matice.
- 1.4** (1 bod) Pomocou kritéria konvexnosti funkcie 2. rádu ukážte, že účelová funkcia  $f(x)$  je konvexná v  $x$ . *Hint: Stačí využiť štruktúru Hessovej matice z úlohy 1.3.*
- 1.5** (bonus) Ukážte konvexnosť účelovej funkcie  $f(x)$  pomocou  $\lambda$ -definície konvexnej funkcie.  
*Hint: Využite konkávnosť logaritmickkej funkcie.*
- 1.6** (2 body) Pre  $n = 2$  a  $m = 4$  náhodne vygenerujte dáta úlohy  $(A, b)$  a zdefinujte účelovú funkciu ako *anonymous function*. Pomocou funkcie `fminsearch` nájdite minimum účelovej funkcie  $f$ , vykreslite hodnotu účelovej funkcie v každej iterácii tohto algoritmu a zmerajte, ako dlho tento výpočet trval. Do dvojrozmerného grafu vykreslite ohraničenia definičného oboru účelovej funkcie a nájdené minimum.

**Požiadavky:**

Vypracovanie úlohy by malo zahŕňať:

- textovú časť (pdf) napísanú v LaTeXu - popis postupu riešenia jednotlivých úloh, grafický výstup s popisom,
- matlabovský kód (m-súbor) - nevkladať do textovej časti.

Predmet mailu pomenujte **MVO\_názov\_skupiny** a do mailu napíšte stručný popis prínosu každého člena skupiny.